د څو حده توزیع قانون لپاره د لوی قاسم ارزونه

پوهنمل محمدزبیر تنویر، شیخ زاید پوهنتون، ښوونې او روزنې پوهنځی، ریاضي څانګه.
بریښنالیک: tanweer.zubair@gmail.com

لنډیز

چندحده توزیع قانون (Multinomial Distribution) د احتمالاتو په برخه کې د هغو پېښو لپاره کارول کېږي، چې په یوه آزموینه کې څو مختلفې پایلې یا کټګورۍ شتون ولري. دا توزیع د بینومیل توزیع پراختیایي شکل دی، چې د څو بېلابېلو پایلو ترمنځ احتمالاتو محاسبه کوي. چندحده توزیع قانون په اصل کې د احتمالاتو د تئورۍ یوه برخه ده، چې د کارل پېرسن لخوا په ۱۸۹۴ کال کې معرفي شو. دا توزیع د هغو احتمالي پېښو لپاره کارول کېږي، چې څو کټګورۍ یا پایلې لري. د دې توزیع د کارولو لپاره د لوی قاسم ارزونې میتود د احتمالاتو په برخه کې یو مهم نوښت و. د څوحده توزیع قانون هدف دا دی، چې د n آزموینو په ترڅ کې د هرې پایلې لپاره احتمال او تکرار محاسبه کړو. د لوی قاسم ارزونه د دې توزیع د پارامترونو د محاسبې لپاره کارول کېږي. د دې میتود په مرسته، د څوحده توزیع پارامترونه داسې ټاکل کېږي، چې د مشاهدې شویو معلوماتو پراساس د احتمالاتو د بنسټیزې کچې لوړوالی په ګوته شي. د لوی قاسم ارزونه د څوحده توزیع د پارامترونو لپاره دقیق اټکلونه وړاندې کوي. د دې میتود د تطبیق له لارې، موږ کولی شو د مختلفو احتمالي پایلو لپاره د دقیقو احتمالونو محاسبه ترسره کړو، چې په مختلفو سیستمونو او څېړنیزو تحلیلونو کې کارول کېږي. چندحده توزیع قانون د څو بېلابېلو پایلو د احتمالونو محاسبه کولو لپاره مهم دی. د لوی قاسم ارزونه د دې توزیع د پارامترونو د اټکل لپاره یو اغیزمن میتود دی، چې په احتمالاتو کې د دقیقو تحلیلونو او څېړنو لپاره کارول کېږي. نو په همدې اساس په دې مقاله کې موږ د څو حده توزیع قانون لپاره لوی قاسم ارزونه تر بحث لاندې نیسو، موږ دا موضوع د موضعي قضیې له مخې د څو حده توزیع قانون او د هیلبرټ فضأ لپاره تحلیل او تجزیه کوو.

کلیدي ټکي : احتمالات، تصادفي وکتور، څو حده توزیع، لوی قاسم، موضعي قضیه.

سریزه

بسم الله الرحمن الرحیم، الحمد لله رب العالمین والصلاة والسلام علی سید المرسلین و علی آله واصحابه اجمعین.

په احتمالاتو او احصائیه کې، د څو حده توزیع قانون یو له بنسټیزو قوانینو څخه دی، چې د تصادفي ازموینو د پایلو اوړد مهاله چلند تشریح کوي. دا قانون په اساسي ډول بیانوي، چې کله موږ د یوې

تصادفي پروسې د پایلو ګڼ شمېر مشاهدې ترسره کړو، د دې مشاهداتو اوسط به په پای کې د اصلي توزیع ریښتیني اوسط ته ورنږدې کېږي. د لوی قاسم ارزونه د دې قانون اړوند هغه شرایط بیانوي، چې په هغه کې د ځو حده توزیع قانون تطبیقېږي.

د ځو حده توزیع قانون لپاره د لوی قاسم ارزونه، په ځانګړې توګه د احصائې په هغو ساحو کې کارول کېږي، چېرې چې د تصادفي بدلونونو د چلند درک کول اړین وي، لکه په اقتصاد، انجینري، طب او ټولنیزو علومو کې. دا ارزونه د ازموینو او تجربو په اوږده موده کې د پایلو د استقامت او سمون کچه اندازه کوي.

د ځو حده توزیع قانون په ډېرو عملي برخو لکه د بازار څارنه، د انتخابونو تحلیل، د تولید بهیر کې د مختلفو محصولاتو شمولیت او د سروې ګانو په تحلیل کې هم کارول کېږي، خو دا څېړنه به زموږ سره مرسته وکړي، چې د ځو حده توزیع قانون د لوی قاسم ارزونې په اړه ژوره پوهه ترلاسه کړو؛ ترڅو په احتمالي تیورۍ، احصائیه او په بېلابېلو ساحو کې د دقیقو او باوري پایلو لپاره د دې کارونې موثریت روښانه شي.

موخې

د دغې څېړنیزې مقالې لنډې موخې په لاندې ډول دي:

۱- په احتمالاتو کې د ځو حده توزیع قانون اصول او شرایط؛ ترڅو د تصادفي ازموینو پایلې او د اوږد مهاله اوسطونو خوا ته نږدې کېدل درک شي.

۲ – د لوی قاسم ارزونې ارزښت او د هغې اړتیا روښانه کول، ترڅو څرګنده شي، چې ولې دا ارزونه په احتمالاتو او احصائیه کې یو مهم ځای لري.

۳ – د تصادفي پایلو عمومي اوسط ته د نږدې کېدو پروسې معلومول.

مواد او کړنلاره

دغه څېړنه چې کتابتوني بڼه لري، په معتبرو نړیوالو ژورنالونو سربېره د نړیوالو تدریسي کتابونو څخه هم د منابعو په توګه استفاده شوې او د دې ترڅنګ د مختلفو الکترونیکي سایټونو څخه هم ګټه پورته شوې؛ ترڅو لوستونکو ته د موضوع اړوند داسې معلومات وړاندې شي، چې په دې وروستیو کې نوي خپاره شوي دي.

پېژندنه

د احتمالاتو تیوري د ریاضیاتو یوه مهمه څانگه ده، چې په بېلابېلو برخو لکه د معلوماتو تحلیل، انجنیرۍ، اقتصاد او نورو برخو کې کارول کېږي. د څو حده توزیع قانون (Multinomial Distribution) د احتمالاتو یوه بنسټیزه او پراخه وسیله ده، چې د څو بېلابېلو پېښو ترمنځ د احتمالاتو محاسبه کولو لپاره کارول کېږي. دا توزیع د بینومیل توزیع قانون (Binomial Distribution) پراختیایي شکل دی، چې په کې یوازې دوه احتمالي پایلې (بریا او ناکامي) شتون لري. په دې څېړنه کې، د څو حده توزیع قانون او د لوی قاسم اصولو (Law of Large Numbers) پرمټ د دې توزیع د اهمیت او ارزونې په اړه بحث کېږي. همدارنگه، د موضعي قضیې (Central Limit Theorem) تطبیقونه او د دې توزیع د احتمالاتو تحلیل کولو لپاره عملي ارزونې وړاندې کېږي.

د څو حده توزیع قانون (Multinomial Distribution) د احتمالاتو یوه پراخ تطبیق لرونکی فورمول دی، چې د بېلابېلو پېښو د تکرارونو پر اساس احتمال محاسبه کوي. دا قانون په ځانگړي ډول د هغو حالاتو لپاره کارول کېږي، چې د څو بېلابېلو برخو یا انتخابونو ترمنځ وېش موجود وي او د هر انتخاب د پېښېدو احتمال مشخص وي او د څو حده توزیع د بینومیل توزیع (Binomial Distribution) د پراختیا لپاره هم کارول کېږي، چې پکې یوازې دوه احتمالي پېښې شتون لري، لکه بریا یا ناکامي، خو د څو حده توزیع قانون په کې د څو بېلابېلو انتخابونو لپاره د احتمالاتو محاسبه کوي.

د څو حده توزیع قانون په هغو حالاتو کې کارول کېږي، چې د n ازموینو په ترڅ کې مختلفې پایلې د مختلفو احتمالونو سره رامنځته شي. په دې توزیع کې، د k بېلابېلو انتخابونو، (چې د احتمالي پایلو شمېر دی) ترمنځ د وقوع احتمال تحلیل کېږي. د دې توزیع بنسټیز فورمول عبارت دی له:

$$P(X_1 = x_1, X_1 = x_2, \dots, X_k = x_k) = \frac{n!}{x_1!\, x_2! \dots x_k!\, p_1^{x_1}\, p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k}}$$

چیرې چې:

n د ازموینو شمېر دی.

$x_1, x_2, \dots, x_k$ د هر انتخاب یا نتیجې لپاره د تکرار شمېر دی.

$p_1, p_2, \dots, p_k$ د هرې نتیجې لپاره احتمال دي.

!n د n عدد فاکتوریل دی، چې د ټولې ازموینې د ترتیب شمېر ښیي.

د دې توزیع یوه مهمه ځانگړتیا دا ده، چې د احتمال هر انتخاب لپاره باید د ټولو احتمالونو مجموعه د ۱ سره برابره شي، یعنې:

$$= 1p_1 + p_2 + \cdots + p_k$$

د دې فورمول کارونه د احتمال محاسبه کول د هغو حالاتو لپاره اسانه کوي، چې څو انتخابونه موجود وي او د دې انتخابونو ترمنځ د پایلو تکرار احتمال محاسبه کېږي. د دې توزیع تطبیقات په ډېرو مختلفو برخو کې شتون لري. د بېلګې په توګه: لکه د بازار څارنه، کله چې د بازار په مختلفو برخو کې د مصرفوونکو انتخابونه پرتله کېږي، د انتخابونو تحلیل لکه د انتخابونو په اړه د څو کاندیدانو ترمنځ د رایو وېش تحلیل او د سروې کولو لپاره لکه د خلکو د ځوابونو د څو مختلفو انتخابونو ترمنځ تحلیل.

د څو حده توزیع قانون یو مهمه غوښتنه د لوی قاسم اصولو (Law of Large Numbers) سره تړاو لري. د لوی قاسم اصولو په وینا، کله چې د ازموینو n شمېر زیات شي، د هرې نتیجې د تکرار احتمال به د هغه د احتمال سره نږدې شي. دا اصول د احتمالاتو د پراختیا او د توزیع ګانو د تطبیق لپاره مهمه وسیله ده.

موضعي قضیه یا Central Limit Theorem د احتمالاتو او احصایې یوه مهمه تیوري ده. د دې تیورۍ له مخې، که چیرې د څو حده توزیع د نښه شوې پېښو تکرارونه ترسره شي او د نمونې اندازه n خورا لویه شي؛ نو د دې پېښو د مجموعې توزیع د نارمل توزیع (Normal Distribution) په توګه نږدې کېږي. د موضعي قضیې د تطبیق له مخې، که موږ د څو حده توزیع د یوې ازموینې لپاره ترسره کړو او د هر انتخاب لپاره د احتمالاتو ارزښتونه $p_1, p_2, \dots, p_k$ ولرو؛ نو د ازموینو په زیاتېدو سره د ټولې نمونې توزیع د نارمل توزیع سره نږدې کېږي.

د دې څېړنې په لړ کې، موږ د موضعي قضیې له اشتقاق څخه د ډېرو جزیاتو د حذف کولو په ترڅ کې لاندې څرګندونې ترلاسه کوو، په ځانګړې توګه د دوه حده توزیع لپاره:

$$exp\{c_1 \frac{x^3}{\sqrt{npq}} + c_2 \frac{x^4}{npq} + c_3 \frac{x^5}{(npq)^{\frac{3}{2}}} + \cdots\}$$

سربیره پر دې، د دې لپاره چې د $n \to \infty$ بیان صفر ته تقرب وکړي؛ نو لازمه ده چې :

$$|x| = o(n^{\frac{1}{6}})$$

په دې توګه ، د نورمال تقریب معمولي خلاصه ساحه مساوي ده له :

$$|x| < r, \quad r = o\left(n^{\frac{1}{6}}\right) \;, \qquad n \to \infty$$

مسله د $|x| > r$ توزیع احتمالاتو څخه رامنځ ته کېږي. دغه مسلې ته د تصادفي متحولینو په جمع کې هم تعمیم ورکړل شوی دی.

يو له لومړنيو کسانو څخه، چې دا موضوع يې څېړلې ده، سرګئی ناتانوويچ برنشتاين (Sergei Natanovich Bernstein) دی؛ نو دلته به موږ د هغه له پايلو څخه استفاده وکړو [۱،۲].

قضيه: فرض کوو که چيرې د $X_1, X_2, \dots, X_n$ تصادفي وکتورونه د مقدار له مخې په مساويانه ډول د مستقل توزيع سره د هيلبرت په فضأ او د اطمينان وړ شرايطو کې په لاندې ډول راکړل شوې وي:

$$MX_i = 0,\ \ MX_i^2 = \sigma^2,\ \ \left||X|\right| \le L,\ \ S_n = X_1 + \dots + X_n$$

نو

$$P\left(||S_n|| \ge r\sqrt{n}\right) \le 2exp\{nf(z)\}$$

چېرته چې

$$f(z) = \frac{-c}{c-z}\left\{\frac{z^2}{2}\frac{c^2-1}{c^2} + \frac{z^3}{2\cdot 3}\frac{c^2-1}{c^3} + \frac{z^4}{3\cdot 4}\frac{c^4-1}{c^4} + \frac{z^5}{4\cdot 5}\frac{c^4-1}{c^5} + \cdots\right\} \dots \dots (1)$$

$$z = \frac{rc}{r + 2\Lambda L\sqrt{n}}\ ,\qquad \Lambda L^2 = \sigma^2\ ,\ \ c = \sqrt{1 + 4\Lambda}$$

د قضيې تر شرط لاندې غيرمساوات په لاندې ډول ليکو:

$$P(||S_n|| \ge r\sqrt{n}) \le 2e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}\left(1+\frac{rL}{2\sigma^2\sqrt{n}}\right)^{-1}}} \qquad (*)$$

د لوی قاسم اصول

د لوی قاسم اصول د احتمالاتو يو بنسټيز قانون دی، دا قانون بيانوي چې: که چيرې يوه تصادفي تجربه (ازموينه) تکرار شي او د ازموينو شمېر زيات شي، د هرې نتيجې د تکرار احتمال به د هغې د احتمالي ارزښت سره نزدې شي. په دې توګه د لوی قاسم اصول د څو حده توزيع قانون سره تړاو لري؛ ځکه چې د څو بېلابېلو انتخابونو ترمنځ د احتمالاتو توزيع د وخت په تېرېدو سره د احتمالي ارزښتونو سره همغږي کېږي [۳].

اوس د څو حده توزيع قانون لپاره د لوی قاسم ارزونه په لاندې ډول بيانوو.

فرض کوو چې د R^{k-1} توزيع په مساوي مقدار کې د $X_1, X_2, \dots, X_n$ تصادفي مستقل وکتورونه چې پّ ځانګړي ډول داسې تعريفيږي، چې د هغوی مجموعه عبارت ده له :

$$S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n = (x_1, x_2, \dots, x_{m-1})$$

چېرته چې :

$$x_i = \frac{m_i u_i - (n - m_1 - \dots - m_{i-1})p_i}{\sqrt{p_i u_i u_{i+1}}},\qquad \bar{m} = (m_1, m_2, \dots, m_{k-1}).$$

د پورتنيو عمليو له ترکيب څخه ترلاسه کوو چې :

$$P\left(S_n > r\sqrt{n}\right) = \sum \binom{n}{m_1 \dots m_k} p_1^{m_1} \dots p_k^{m_k}$$

چېرته چې مجموعه د ټولو صحیحو نقطو لپاره ترسره کېږي، د کوم لپاره چې لاندې غیرمساوات صدق کوي :

$$\sum_{i=1}^{k-1} x_i^2 > r^2$$

د مطلوب ارزښت (د لویو انحرافونو احتمالاتو) موندلو لپاره لاندې ارزښتونه تعریف کوو:

$$E|S_n|^2 \text{ او } L$$

په پام کې نیسو چې :

$$|x_i|^2 = \frac{p_1}{u_1 u_2} + \frac{p_2}{u_2 u_3} + \cdots + \frac{p_{i-1}}{u_{i-1} u_i} + \frac{u_{i+1}}{p_i u_i} =$$

$$= \left(\frac{1}{u_2} - 1\right) + \left(\frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_2}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{u_i} - \frac{1}{u_{i-1}}\right) + \left(\frac{1}{p_i} - \frac{1}{u_i}\right)$$
$$= \frac{1}{p_i} - 1$$

له همدې امله $L = \frac{1}{p_0}$ ، چېرته چې $p_0 = \min p_i$. اوس د څو حده توزیع لپاره مومنټ کاروو.

په اسانۍ سره ښودل کېږي چې:

$$MS_n^2 = k - 1.$$

$$P(S_n^2 > r^2 n) < 2exp\left\{-\frac{r^2}{2(k-1)}\left(1 + \frac{r}{2(k-1)\sqrt{n}}\right)\right\} \qquad (2)$$

فرض کوو چې $X_1, X_2, \dots, X_n$ تصادفي مستقل وکتورونه د توزیع (k-1)-M مساوي مقدار سره د اقلیدس فضأ په لاندې ډول تعریفوي:

$$X_j = x_i, \quad (j = 1,2, \dots, n; \quad i = 1,2, \dots, k),$$

چېرته چې:

$$x_j = \left(-\frac{p_1}{\sigma_1}, -\frac{p_2}{\sigma_2}, \dots, -\frac{p_j}{\sigma_{j1}}, 0, \dots, 0\right), \quad P\left(X_j = x_i\right) = p_i, \quad u_i = p_i + \cdots + p_k$$

د عملیو د ترکیب په پام کې نیولو سره لرو، چې د تصادفي وکتورونو مجموعه S_n د څو حده توزیع قانون تابع دی، سر بېره پر دې:

$$P(\ \|S_n\| > r\sqrt{n}\ ) = \sum \binom{n}{m_1 \ldots m_k} p_1^{m_1} \ldots p_k^{m_k}$$

چېرته چې زموږ د $(m_1, \ldots m_k)$ ټولو نقطو مجموعه، د کوم لپاره چې لاندې غیرمساوات وجود لري:

$$\sum_{i=1}^{k-1} y_i^2 > r^2.$$

د مطلوب ارزښت (دلویو انحرافونو احتمالاتو) موندلو لپاره[۹].

یادونه کوو چې:

$$\|x_i\|^2 = \frac{p_1}{u_1 u_2} + \frac{p_2}{u_2 u_3} + \cdots + \frac{p_{i-1}}{u_{i-1} u_i} + \frac{u_{i+1}}{p_1 u_i} =$$

$$= \left(\frac{1}{u_2} - 1\right) + \left(\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{u_i} - \frac{1}{u_{i-1}}\right) + \left(\frac{1}{p_i} - \frac{1}{u_i}\right) = \frac{1}{p_i} - 1.$$

برسېره پر دې، $L = 1/p_0.$ ته په پام کې نیولو سره چې واریانس یې k-1 دی؛ نو لرو چې:

$$\mathrm{P}(\mathrm{S}_\mathrm{n}^2 > \mathrm{r}^2\mathrm{n}) \le 2\exp\left\{-\frac{\mathrm{r}^2}{2(\mathrm{k}-1)}\left(1 + \frac{\mathrm{r}}{2(\mathrm{k}-1)\sqrt{\mathrm{np}_0}}\right)^{-1}\right\} \qquad (3)$$

د څو حده توزیع قانون د اهمیت ارزونه:

د څو حده توزیع قانون په بېلابېلو برخو کې لکه د بازار څارنه، انتخابونو، د تولید بهیر او د سروې تحلیلونو کې په پراخه کچه کارول لري. د دې توزیع له لارې، موږ کولی شو د بېلابېلو انتخابونو ترمنځ د احتمالاتو تحلیل وکړو، لکه د مختلفو محصولاتو د غوښتنې تحلیل، د انتخابونو په اړه د رایو وېش، یا د سروې په پایلو کې د مختلفو ځوابونو تحلیل. د بازار څارنې په برخه کې د څو حده توزیع د بازار څارنې لپاره مهمه وسیله ده. کله چې د بازار د مختلفو محصولاتو غوښتنه تحلیل کېږي، موږ کولی شو د څو حده توزیع له لارې د هر محصول د غوښتنې احتمالات محاسبه کړو.

مثال

فرض کړئ چې په یوه ازموینه کې درې مختلف ډولونه شتون لري: A، B او C. موږ غواړو چې د ۱۰ ازموینو پر بنسټ د دې درې انتخابونو د تکرار احتمالات محاسبه کړو. فرض کړئ چې د هر انتخاب احتمال په لاندې ډول دی:

د A انتخاب احتمال $p_A = 0.3$

د B انتخاب احتمال $p_B = 0.4$

د C انتخاب احتمال $p_C = 0.3$

موږ غواړو چې د دې ۱۰ ازموینو په اوږدو کې د A درې ځله انتخاب، د B پنځه ځله انتخاب او د C دوه ځله انتخاب تکرار شي.

حل

۱. د څو حده توزیع فورمول: د څو حده توزیع فورمول په دې ډول دی:

$P(X_A = 3, X_B = 5, X_C = 2) = 10!/3!\,5!\,2!\,(0.3)^3\,(0.4)^5\,(0.3)^2$

اوس د هر انتخاب لپاره احتمالونه محاسبه کوو:

$(0.3)^3 =$ ۰,۰۲۷

$(0.4)^5 =$ ۰,۰۱۰۲۴

$(0.3)^2 =$ ۰,۰۹

۴. د ټول احتمال محاسبه

اوس ټول محاسبات سره یوځای کوو:

$P(X_A = 3, X_B = 5, X_C = 2) = 3{,}628{,}800/6 \times 120 \times 2 \times 0.027 \times 0.01024 \times 0.09$

لومړی د فاکتوریلونو ضرب محاسبه کوو:

۶ × ۱۲۰ × ۲ = ۱۴۴۰

بیا ټول احتمال محاسبه کوو:

$P(X_A = 3, X_B = 5, X_C = 2) = 3{,}628{,}800/1440 \times 0.027 \times 0.01024 \times 0.09$

۳٬۶۲۸٬۸۰۰/۱۴۴۰ = ۲۵۲۰

اوس ټول احتمال محاسبه کوو:

$P(X_A = 3, X_B = 5, X_C = 2) = 2520 \times 0.027 \times 0.01024 \times 0.09$

۲۵۲۰ × ۰,۰۲۷ = ۶۸,۰۴

۶۸,۰۴ × ۰,۰۱۰۲۴ = ۰,۶۹۶

۰,۶۹۶ × ۰,۰۹ = ۰,۰۶۲۶۴

نتیجه

د دې ۱۰ ازموینو په ترڅ کې د A درې ځله، د B انتخاب پنځه ځله او د C انتخاب دوه ځله تکراریدو احتمال داسې محاسبه شو:

$P(X_A = 3, X_B = 5, X_C = 2) = 0.06264$

یعنې، د دې درې انتخابونو د تکرار احتمال ۰,۰۶۲۶۴ دی.

پایله

د څو حده توزیع قانون د احتمالاتو په برخه کې د یوه مهم او پراخه تطبیق لرونکي وسیلې په توګه پېژندل کېږي. د دې توزیع د تحلیل لپاره د لوی قاسم اصول او موضعي قضیه اړینه ده. د لوی قاسم اصول د توزیع په اوږد مهال کې د انتخابونو د احتمالاتو د احتمالي ارزښت سره همغږي کوي او موضعي قضیه د دې توزیع د نارمل توزیع سره د نږدې کولو لپاره مهمه ده. د دې توزیع تطبیقونه په بېلابېلو برخو لکه د بازار څارنه، انتخابونو تحلیل او د سروې تحلیل کې ډېر مهم دي. د دې توزیع د پوهې پراختیا د احتمالاتو او احصایې په برخه کې د یوې مهمې وسیلې په توګه کار کوي. په دې څېړنه کې د څو حده توزیع قانون، د لوی قاسم اصول او د موضعي قضیې تحلیل ترسره شو او د دې توزیع د اهمیت او ارزونې په اړه تفصیل ورکړل شو. د دې توزیع پوهه د احتمالاتو په برخه کې د یوې مهمې وسیلې په توګه پېژندل کېږي.

مأخذونه

1. Kalton N.J., Verbitsky I.E. Nonlinear equations and weighted norm inequalities// Trans. Amer. Math. Soc. 1999. V. 351. № 9.
2. N.K. Arenbaev, Asimptotic behavior of the multinomial distribution, Theory of probability and its applications 1976.
3. Feller, William. An Introduction to Probability Theory and Its Applications, Volume 1, 3rd Edition. Wiley, 1968.
4. W. N. Venables and B. D. Ripley. Modern Applied Statistics with S. Springer,
New York, fourth edition, 2002.
5. R Development Core Team. R: A Language and Environment for Statistical Computing.R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2009.

6. Аренбаев Н.К., Абдулахад Ариан, Оценка больших уклонений для вероятностей мультиномиального распределения, 2016, Математика в казахстане прошлое и перспективы, посвященной 100 летию Ибрашева Хасана Ибрашевича, 2016.
7. Ахмеров Р.Р, Каменский М.И., Потапов А.С. и др. Меры некомпактности и уплотняющие операторы. Новосибирск: Наука, 1986.
8.Фонарёв А.А. О некотором проекционном итерационном методе решения нелинейных уравнений // Некоторые проблемы фундаментальной и прикладной математики и их приложения в задачах физики: Сборник научных трудов. – М.: МФТИ, 2005.
9. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый Курс. Серия Бакалавр. М.: Юрайт, 2018.
10. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Базовый курс. Серия Бакалавр. М:Юрайт, 2018.
11. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учебник 12-е изд., стер. М: Юстиция, 2018.
12. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и примеры по теории вероятностей: учеб. пособие для втузов М.: издат. центр Академия, 2010.

Evaluation of large division for multinomial distribution law

Senior Teaching Assistant Mohammad Zubair Tanweer, Faculty of Education, Math Department.
Email add: tanweer.zubair@gmail.com

Abstract
The Multinomial Distribution is a widely applicable formula in probability theory, used to calculate probabilities based on the repetitions of various events. This distribution is employed in cases where there is a division among multiple distinct categories or outcomes and is an extension of the Binomial Distribution. In this distribution, the probabilities of several outcomes (more than two) are analyzed, such as calculating the probabilities of multiple distinct results during a single experiment. The Multinomial Distribution requires the probability of each outcome's repetition in n trials, where each outcome is associated with a specific probability, and the sum of all probabilities must equal 1.
In this paper we examine the large division for multinomial distribution law, we analysis this case from a local theorem for binomial distribution law, and Hilbert space .

Key words: large division, multinomial distribution, Central Limit Theorem, random vector.